MODELLO IS-LM

Esercizio 1

Un sistema economico è descritto dalle seguenti equazioni:

- **Consumo:** $C = 100 + c \cdot YD$, dove $YD = Y + \overline{TR} - TX$, $c = 0{,}6$;
- **Investimento:** $I = 10 - b \cdot i$, dove $b = 150$;
- **Consumi pubblici, trasferimenti e tassazione:** $G = 0$, $\overline{TR} = 50$, $TX = tY$, dove $t = 0{,}25$

(A) Calcolate il moltiplicatore e il prodotto di equilibrio nel caso in cui $i = 1{,}3\%$;
(B) Determinate l'equazione della curva IS e riportatela su un grafico;
(C) Supponendo che il governo voglia far aumentare la produzione fino a 1051, di quanto dovrebbero variare i trasferimenti $\overline{TR}$ per ottenere questo obiettivo?

Soluzioni

(A) La funzione del consumo è:

$$C = 100 + 0{,}6\left(Y + \overline{TR} - TX\right) = 100 + 0{,}6(Y + 50 - 0{,}25Y) = 130 + 0{,}45Y$$

Inserendo la precedente funzione all'interno della funzione della spesa aggregata, $AD = C + I$, si ottiene:

$$AD = 130 + 0{,}45Y + 10 - 150i = 140 + 0{,}45Y - 150i$$

La condizione di equilibrio nel mercato dei beni e dei servizi si scrive:

$$Y = AD \quad \Rightarrow \quad Y = 140 + 0{,}45Y - 150i$$

Risolvendo per Y, otteniamo la seguente equazione per la curva IS:

$$Y = \frac{1}{1 - 0{,}45}(140 - 150i),$$

dove il rapporto $\alpha_G = \frac{1}{[1-c(1-t)]} = \frac{1}{1-0{,}45} = 1{,}8182$ indica il livello del moltiplicatore. Per $i = 1{,}3\%$ $(i = 0{,}013)$, il PIL di equilibrio è pari a $Y = 251$.

(B) La spesa per investimenti dipende negativamente dal tasso d'interesse reale. Ciò fa sì che il livello di equilibrio del reddito sia funzione del tasso d'interesse reale e che quindi la forma della curva IS sia quella di una retta inclinata negativamente (cfr. grafico sotto).

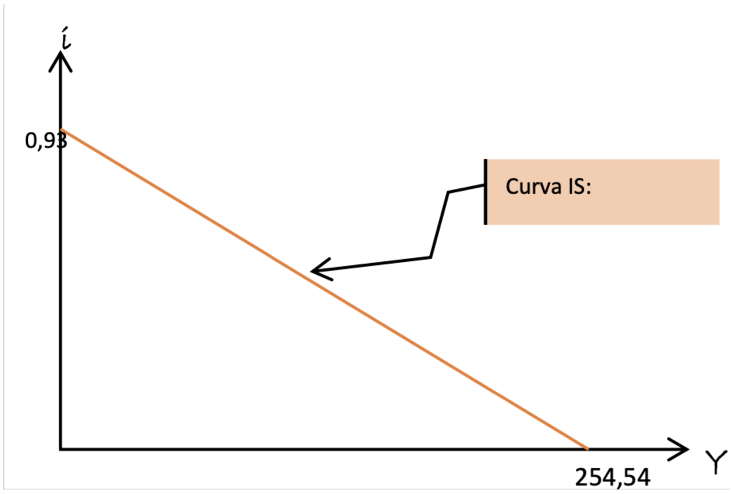

Figure 1: Curva IS

(C) L'obiettivo è quello di incrementare il prodotto di 800 ($\Delta Y = 800$). Il moltiplicatore è $\alpha_G = \frac{1}{1-0{,}45} = 1{,}82$. È noto che $\Delta Y = \alpha_G \cdot c \cdot \Delta TR$, per cui è possibile scrivere:

$$800 = 1{,}82 \cdot 0{,}6 \cdot \Delta TR,$$

da cui si ottiene:

$$\Delta TR = \frac{800}{1{,}092} = 732{,}6$$

Esercizio 2

Un sistema economico è descritto dalle seguenti equazioni (dati in miliardi di euro):

- **Consumo:** $C = 100 + c \cdot YD$, dove $YD = Y + \overline{TR} - TX$, $c = 0{,}8$;
- **Investimento:** $I = 10 - b \cdot i$, dove $b = 150$;
- **Consumi pubblici, trasferimenti e tassazione:** $\overline{G} = 50$, $\overline{TR} = 0$, $TX = tY$, dove $t = 0{,}0625$;
- **Domanda e offerta di moneta:** $L = 0{,}4Y - hi$, $\quad \frac{M}{P} = 100$, dove $h = 300$.

(A) Quali sono le equazioni che descrivono le curve IS e LM?
(B) Calcolate i livelli di equilibrio di reddito e tasso d'interesse e disegnateli su un grafico;
(C) Come si sposta l'equilibrio se M/P passa da 100 a 110? (*Illustrate il risultato di statica comparata con un grafico*)

Soluzione

A) In equilibrio, le risorse devono sempre essere uguali agli impieghi. Nel caso di un'economia chiusa, questa condizione di equilibrio si scrive:

$$Y = C + I + G.$$

Sostituendo le equazioni indicate nel testo si ottiene:

$$Y = 100 + 0{,}8(1 - 0{,}0625)Y + 10 - 150i + 50.$$

Semplificando l'espressione e risolvendo per i, è possibile scrivere la seguente equazione per la curva IS:

$$IS: \quad i = 1{,}0667 - 0{,}0017Y \quad (\text{oppure: } Y = 640 - 600i).$$

Nel mercato della moneta/titoli, la condizione di equilibrio tra domanda e offerta di saldi monetari reali è data dalla seguente equazione:

$$L = \frac{M}{P}.$$

Sostituendo le equazioni si ottiene:

$$-300i + 0{,}4Y = 100.$$

Risolvendo per i, l'equazione che descrive la curva LM è:

$$LM: \quad i = -0{,}3333 + 0{,}0013Y \quad (\text{oppure: } Y = 250 + 750i).$$

B) Per ottenere i livelli di equilibrio del reddito e del tasso d'interesse è necessario mettere a sistema le IS e le LM. Risolvendo per Y e i, si ottiene $(Y_0, i_0) = (466{,}7,\ 0{,}29)$. L'equilibrio macroeconomico generale dell'economia è illustrato dal seguente sistema:

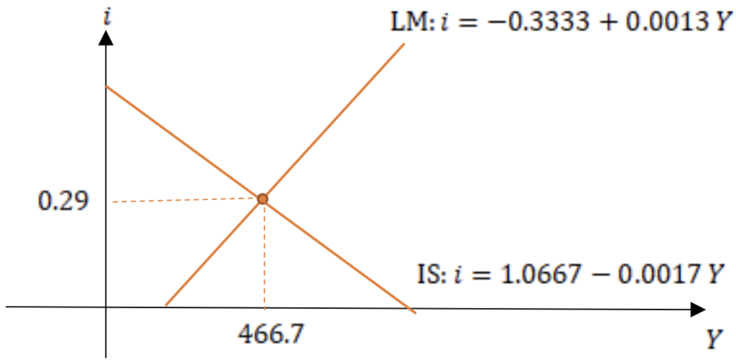

Figure 2: Equilibrio IS–LM: $i_0 = 0{,}29$, $Y_0 = 466{,}7$

C) Nel caso in cui l'offerta reale di moneta passasse da 100 a 110, la nuova equazione della curva LM sarebbe:

$$LM': \quad i = -0{,}3666 + 0{,}0013Y \quad (\text{oppure: } Y = 275 + 750i).$$

Mentre l'equazione della IS rimarrebbe invariata. Mettendo a sistema la vecchia IS con la nuova LM, i nuovi livelli di equilibrio del reddito e del tasso d'interesse sarebbero:

$$(Y_1, i_1) = (477{,}8,\ 0{,}27).$$

Nel lungo periodo, gli effetti su PIL e tasso di interesse indotti dalla politica monetaria espansiva sono quelli riportati dal seguente grafico:

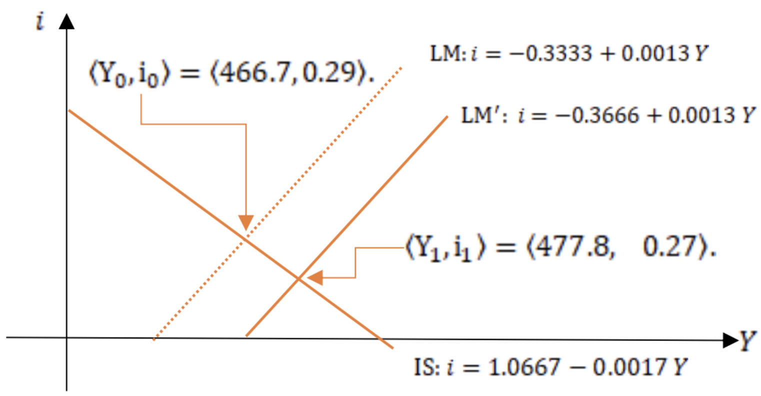

Figure 3: Spostamento della curva LM: da $(466{,}7, 0{,}29)$ a $(477{,}8, 0{,}27)$

Esercizio 3

Un'economia senza settore pubblico, dotata di una forza lavoro complessiva di 40 milioni di unità ($FL = 40$), è caratterizzata dalle seguenti equazioni:

- Consumo: $C = 10 + cY$ (dove $c > 0$ indica la propensione marginale al consumo delle famiglie),
- Investimenti: $I = 5 - 0{,}5i$,
- Domanda aggregata: $AD = C + I$,
- Mercato della moneta: $L_s = \frac{M}{P} = 25$,
- Domanda di moneta: $L_d = 0{,}1Y - 62{,}5i$,
- Produzione: $Y = 50N^{1/2}$.

Supponendo che i dati siano espressi in miliardi:

(A) Determinate il moltiplicatore keynesiano e il livello della domanda autonoma nel caso in cui $c = 0{,}95$;
(B) Quali sono i valori di equilibrio del reddito Y_0, del tasso d'interesse i_0, e del tasso di disoccupazione u_0, per $c = 0{,}95$? (*Illustrate l'equilibrio con un grafico*);
(C) Se gli investimenti autonomi scendessero a 4, quali sarebbero gli effetti sul reddito Y_1, del tasso d'interesse i_1, e del tasso di disoccupazione di equilibrio u_1? (*Illustrate gli effetti di statica comparata con un grafico*)

Soluzioni

(A) Nella macroeconomia keynesiana, il moltiplicatore keynesiano (o moltiplicatore del reddito) è la variazione più che proporzionale del reddito a seguito di una variazione di una delle componenti autonome della spesa (o domanda aggregata).
Nel caso di un modello IS–LM senza stato come quello qui considerato, l'espressione del moltiplicatore del reddito può essere ricavata a partire dalla condizione di equilibrio nel mercato dei beni e servizi:

$$Y = C + I.$$

Sostituendo al posto di C e I le rispettive equazioni si ottiene:

$$Y = (10 + cY) + (5 - 0{,}5i),$$

da cui, risolvendo per Y, si ricava:

$$Y = a(15 - 0{,}5i), \quad \text{dove} \quad a = \frac{1}{1-c}.$$

Esempio: il moltiplicatore keynesiano in assenza di settore pubblico. Nel caso in cui $c = 0{,}95$, il valore del moltiplicatore è $a = 20$, mentre la componente autonoma della domanda (somma delle componenti autonome di consumi e investimenti, 10 e 5, rispettivamente) si ammonta a 15.

(B) Per determinare i valori di equilibrio di reddito, Y_0, e tasso d'interesse, i_0, è necessario mettere a sistema la curva IS – la cui equazione è già stata trovata, $Y = 20(15 - 0{,}5i)$ –

e la LM, la quale definisce la condizione di equilibrio tra la domanda, L_D, e l'offerta di saldi monetari reali, L_S.
Sostituendo al posto di L_D e L_S le rispettive funzioni si ottiene:

$$0{,}1Y - 62{,}5i = 25.$$

Risolvendo per i, l'equazione che definisce la curva LM è:

$$i = -0{,}4 + 0{,}0016Y.$$

Risolvendo sistema IS–LM otteniamo:

$$Y_0 = 299{,}2, \quad i_0 = 0{,}079.$$

Dato $Y_0 = 299{,}2$ e la funzione di produzione aggregata $Y = 50N^{1/2}$, il livello di occupazione di equilibrio sarà:

$$N_0 = \frac{Y_0^2}{100} = \frac{89520{,}64}{2500} = 35{,}8 \text{ milioni di unità},$$

da cui segue che il tasso di disoccupazione di equilibrio è:

$$u_0 = \frac{FL - N_0}{FL} = 1 - \frac{35{,}8}{40} = 0{,}0105 \quad (10{,}5\%).$$

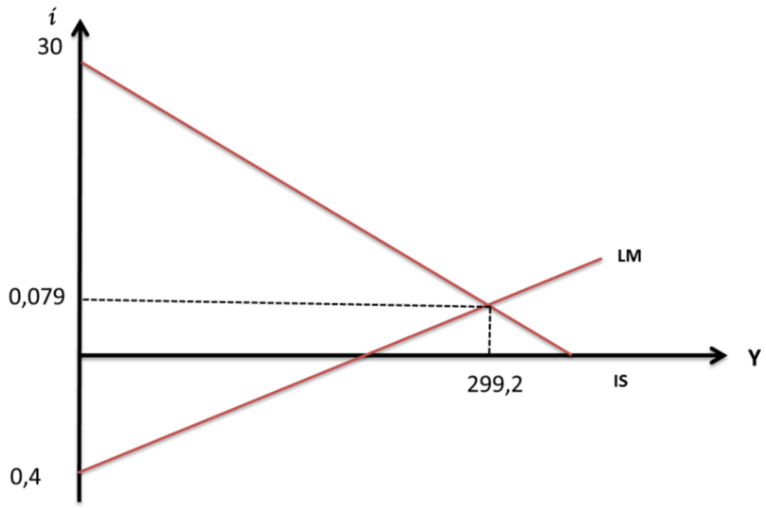

Figure 4: Equilibrio iniziale IS–LM con $Y_0 = 299{,}2$, $i_0 = 0{,}079$

(C) Una riduzione della componente autonoma degli investimenti pari a 1 miliardo genera uno spostamento verso sinistra della curva IS. Questo è dovuto alla diminuzione del valore della sua intercetta, che passa da 30 a 29.
La nuova equazione della curva IS sarà:

$$Y = 20(14 - 0{,}5i).$$

Mettendo a sistema la nuova IS con la stessa LM trovata al punto (B) e risolvendo rispetto a Y e i, otteniamo i nuovi valori:

$$Y_1 = 279{,}5, \quad i_1 = 0{,}047.$$

Dato Y_1, nel nuovo equilibrio l'occupazione sarà minore e ammonterà a:

$$N_1 = \frac{Y_1^2}{100} = \frac{78120{,}25}{2500} = 31{,}25 \text{ milioni di unità,}$$

mentre il tasso di disoccupazione di equilibrio salirà a:

$$u_1 = \frac{FL - N_1}{FL} = 1 - \frac{31{,}25}{40} = 0{,}219 \quad (21{,}9\%).$$

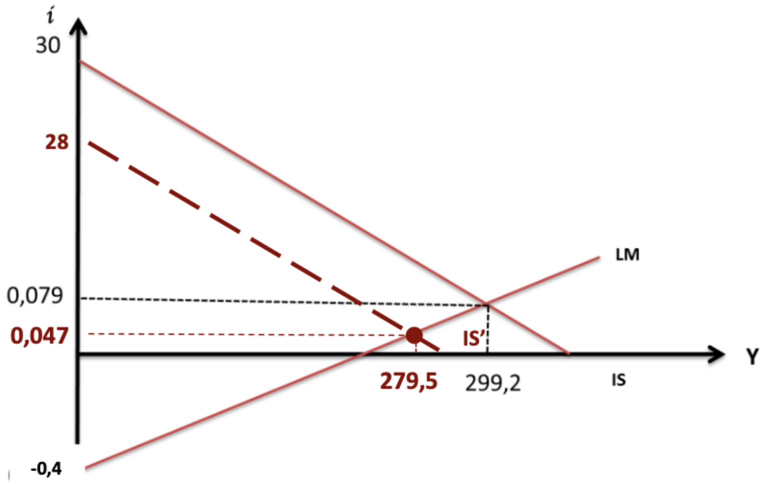

Figure 5: Spostamento della curva IS: da $Y_0 = 299{,}2$ a $Y_1 = 279{,}5$

Esercizio 4

Un'economia con settore pubblico, dotata di una forza lavoro complessiva di $FL = 19$ milioni di unità, è caratterizzata dalle seguenti equazioni:

- **Consumo:** $C = 750 + c \cdot Y_D$, dove $c = 0{,}8$, $Y_D = Y + \overline{TR} - TX$;
- **Investimento:** $I = 75 - b \cdot i$, con $b = 100$;
- **Consumi pubblici, trasferimenti e tassazione:** $\overline{G} = 10$, $\overline{TR} = 5$, $TX = tY$, con $t = 0{,}25$;
- **Domanda e offerta di moneta:** $L_D = 0{,}25Y - h \cdot i$, $L_S = \frac{M}{P} = 500$, con $h = 162{,}5$;

Nel breve periodo, l'attività di produzione è regolata dalla funzione di produzione: $Y = 500N^{1/2}$.

(A) Determinate i livelli di equilibrio di reddito, Y_0, e tasso d'interesse, i_0, e mostrate l'equilibrio attraverso un grafico;
(B) Determinate il tasso di disoccupazione di equilibrio, u_0, e l'eventuale gap di produzione (o output gap) di breve periodo (*NB: esprimere in percentuale*);
(C) Quantificate l'impatto su tasso di disoccupazione di equilibrio, u_0, e output gap di una contrazione del 10% della spesa pubblica, $\overline{G}$ (*NB: nuovo valore della spesa pubblica da considerare:* $\overline{G}' = 9$).

Soluzioni

(A) La condizione che definisce l'equilibrio nel mercato dei beni è: $Y = C + I + \overline{G}$. Sostituendo al posto di C, I e $\overline{G}$ le rispettive equazioni otteniamo:

$$Y = (750 + 0{,}8(Y + 5 - 0{,}25Y)) + 10 + (75 - 100i).$$

Risolvendo la precedente espressione per Y (o alternativamente per i), l'equazione che definisce la curva IS è:

$$Y = 2.000 + 650i \quad (\text{oppure: } i = -3{,}0769 + 0{,}0015Y).$$

Nel mercato della moneta, l'equazione che stabilisce l'equilibrio tra domanda e offerta di saldi monetari reali è: $L_D = L_S$. Sostituendo al posto di L_D le rispettive funzioni si ottiene:

$$0{,}25Y - 162{,}5i = 500.$$

Risolvendo per Y (o i), l'equazione della curva LM è:

$$Y = 2.097{,}5 - 250i \quad (\text{oppure: } i = -3{,}0769 + 0{,}0015Y).$$

Mettendo a sistema IS e LM, otteniamo:

$$Y_0 = 2.070{,}4, \quad i_0 = 0{,}108\ (10{,}8\%).$$

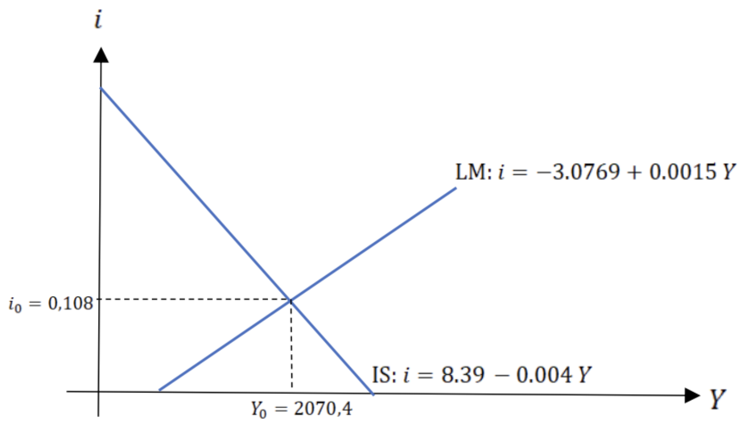

Figure 6: Equilibrio IS–LM iniziale: $Y_0 = 2.070{,}4$, $i_0 = 0{,}108$

(B) Il livello di equilibrio del reddito è $Y_0 = 2.070{,}4$. Dato Y_0, il livello di occupazione di equilibrio sarà pari a:

$$N_0 = \frac{Y_0^2}{100} = \frac{(2.070{,}4)^2}{(500)^2} = 17{,}2 \text{ milioni.}$$

Da cui:

$$u_0 = \frac{FL - N_0}{FL} = 1 - \frac{17{,}2}{19} = 0{,}097 \quad (9{,}7\%).$$

Il reddito di pieno impiego è:

$$Y^* = 500 \cdot FL^{1/2} = 500 \cdot \sqrt{19^2} = 2.179{,}5.$$

Quindi l'output gap è:

$$OG = \frac{Y^* - Y_0}{Y^*} = 1 - \frac{2.071{,}1}{2.179{,}5} = 0{,}050 \quad (5\%).$$

(C) Il nuovo livello della spesa pubblica è $\overline{G}' = 9$. In seguito al calo di $\overline{G}$, l'intercetta della curva IS si sposta verso il basso da 2.097,5 a 2.096. La nuova equazione della curva IS sarà:

$$Y = 2.095 - 250i \quad (\text{oppure: } i = 8{,}38 - 0{,}004Y).$$

Risolvendo il sistema IS'–LM otteniamo:

$$Y_0' = 2.068{,}6, \quad i_0' = 0{,}105 \ (10{,}5\%).$$

Il nuovo livello di occupazione sarà:

$$N_0' = \frac{(2.068{,}6)^2}{500^2} = 17{,}1 \text{ milioni}, \quad \text{quindi: } u_0' = \frac{FL - N_0'}{FL} = 1 - \frac{17{,}1}{19} = 0{,}099 \quad (9{,}9\%).$$

L'output gap aumenterà leggermente:

$$OG' = \frac{Y^* - Y_0'}{Y^*} = 1 - \frac{2.068{,}6}{2.179{,}4} = 0{,}051 \quad (5{,}1\%).$$

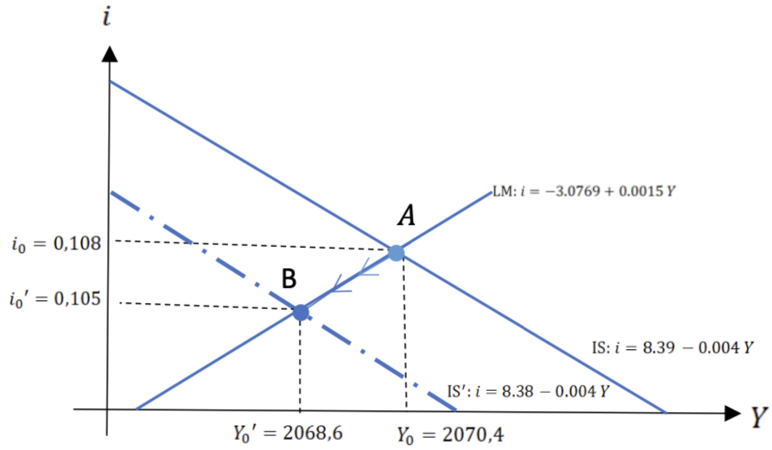

Figure 7: Spostamento IS e nuovo equilibrio con $\overline{G}' = 9$