Monopolio e Benessere Sociale

Esercizio 1

La curva di domanda di un mercato è data dalla seguente espressione:

$$P = P(Q) \equiv 50 - \frac{Q}{20}.$$

Questo mercato è servito da un'unica impresa, il cui costo marginale è lineare e pari a:

$$MC = \frac{2Q}{5}.$$

(A) Determinate la funzione del ricavo medio, $AR(Q)$, e la funzione del ricavo marginale, $MR(Q)$, del monopolista;

(B) Determinate il punto di offerta del monopolista (ossia, la coppia quantità-prezzo di massimo profitto) e posizionatelo in un grafico;

(C) Come si sposta il punto d'offerta se la curva del costo marginale passa da $MC = \frac{2Q}{5}$ a $MC' = \frac{3Q}{10}$? (illustrate i risultati di statica comparata per mezzo di un grafico).

Ricavo Medio e Ricavo Marginale in Monopolio

Nel caso del monopolio, il ricavo medio coincide con la curva di domanda, mentre il ricavo marginale giace sempre al di sotto di essa.

Se la funzione di domanda è lineare, ad esempio $P(Q) = a - bQ$, allora:

$$AR(Q) = a - bQ, \quad TR(Q) = aQ - bQ^2, \quad MR(Q) = a - 2bQ.$$

La curva del ricavo marginale ha la stessa intercetta della curva di domanda, ma una pendenza doppia. Ciò implica che per ogni quantità positiva, il prezzo fissato dal monopolista è superiore al ricavo marginale.
Questa struttura giustifica il fatto che il monopolista riduca la quantità venduta rispetto alla concorrenza perfetta, per mantenere il prezzo elevato e massimizzare i profitti.

Soluzione

(A) In monopolio, la funzione del ricavo medio coincide con quella della funzione di domanda, per cui è possibile scrivere:

$$AR(Q) = P(Q) = 50 - \frac{Q}{20}$$

Per determinare la funzione del ricavo marginale, partiamo dalla funzione del ricavo totale:

$$TR(Q) = P(Q)Q = (50 - \frac{Q}{20})Q$$

Derivando rispetto a Q:

$$MR(Q) = \frac{dTR(Q)}{dQ} = 50 - \frac{Q}{10}$$

(B) Per determinare la sua offerta, il monopolista deve risolvere un problema di ottimizzazione vincolato che consiste nel massimizzare il proprio profitto economico, $\pi(Q) \equiv PQ - TC(Q)$, sotto i vincoli dati dalla funzione di domanda del mercato, $P = 50 - Q/20$, e dalla funzione del costo totale, la quale dipende dalla tecnologia di produzione in possesso dell'impresa (qui rappresentata dal costo marginale, $MC(Q)$, e non dal costo totale). Per risolvere questo problema, il monopolista ha a disposizione due opzioni:

(i) può decidere di fissare l'output, Q^*, in modo da lasciar poi al mercato il compito di fissare il corrispondente prezzo di vendita del bene, P^*;

(ii) può stabilire di fissare il prezzo di vendita del bene, P^*, in modo da lasciar poi al mercato il compito di decidere la quantità da acquistare, Q^*.

Condizione di Massimo Profitto

Il monopolista massimizza il profitto scegliendo la quantità per cui il **ricavo marginale** (MR) eguaglia il **costo marginale** (MC):

$$MR(Q) = MC(Q)$$

Questa condizione differisce dalla concorrenza perfetta, dove invece si ha $P = MC$. Nel caso del monopolio, il ricavo marginale è inferiore al prezzo:

$$MR = P + Q \cdot \frac{dP}{dQ} < P,$$

poiché $\frac{dP}{dQ} < 0$. Questo comporta che, in equilibrio, il prezzo fissato dal monopolista sia superiore al costo marginale. Il monopolista limita la produzione per mantenere elevato il prezzo e generare profitto.

In entrambi i casi, la regola da seguire per massimizzare i profitti sarà quella che impone al monopolista di eguagliare i ricavi marginali, $MR(Q)$, ai costi marginali, $MC(Q)$, in modo tale che il prezzo di vendita del bene sia, in equilibrio, maggiore del costo marginale e, contestualmente, maggiore del costo medio $AC(Q)$. L'applicazione di questa regola al caso dell'impresa monopolista in esame ci porta alla seguente condizione di ottimo:

$$50 - \frac{Q}{10} = \frac{2Q}{5} \quad \Rightarrow \quad Q^* = 100$$

Sostituendo $Q^* = 100$ nella funzione di domanda $P = 50 - Q^*/2$, otteniamo:

$$P^* = P(50) = 50 - \frac{100}{20} = 45$$

Il punto d'offerta del monopolista è quindi: $(Q^*, P^*) = (100; 45)$

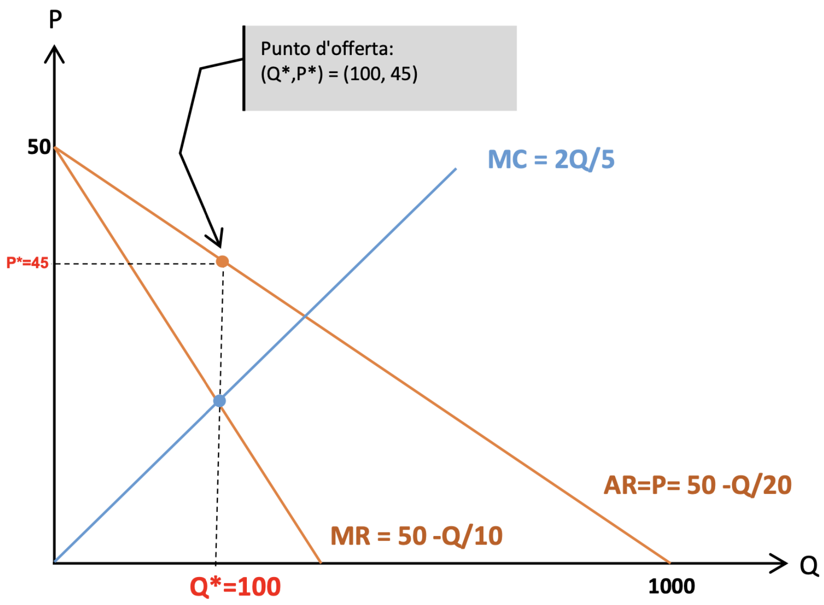

Figure 1: Punto d'offerta del monopolista: (100, 45)

Esercizio 2

La funzione di domanda di mercato di un certo bene X è:

$$Q = Q(P) \equiv 300 - 2P.$$

Il costo totale di produzione dell'unica impresa presente in questo mercato è dato da:

$$TC(Q) = \frac{Q^2}{2}.$$

(A) Trovate il punto d'offerta del monopolista e posizionatelo in un grafico;

(B) Calcolate il profitto dell'impresa e tracciate il grafico;

(C) Determinate il surplus del produttore e del consumatore e tracciate il grafico.

Soluzione

(A) Il monopolista sceglie la quantità di output Q che risolve il seguente problema di massimizzazione:

$$\{Q\} = \arg\max_{Q\geq 0}\{PQ - TC(Q)\},$$

sotto il vincolo

$$Q = Q(P) \equiv 300 - 2P$$
$$TC(Q) = \frac{Q^2}{2}$$
$$Q \geq 0.$$

Inserendo tutti i vincoli all'interno della funzione del profitto dell'impresa in modo tale da eliminare la variabile P, si ha:

$$\max_{Q}\left\{\frac{(300-Q)Q}{2} - \frac{Q^2}{2}\right\}.$$

La condizione del primo ordine per un massimo è:

$$150 - 2Q = 0,$$

da cui si ricava la seguente quantità ottimale di output, $Q^* = 75$. Inserendo Q^* all'interno della funzione di domanda è possibile scrivere $75 = 300 - 2P$, da cui si ottiene il prezzo di offerta $P^* = \frac{225}{2} = 112{,}5$.

Il punto d'offerta è quindi caratterizzato dalle seguenti coordinate:

$$(Q^*, P^*) = (75,\ 112{,}5).$$

(B) In corrispondenza del punto di offerta, il profitto del monopolista è pari a:

$$\pi^* = P^*Q^* - TC(Q^*) = 112{,}5 \cdot 75 - \frac{75^2}{2} = 5625.$$

Il grafico che descrive l'equilibrio del monopolista ed il suo profitto è:

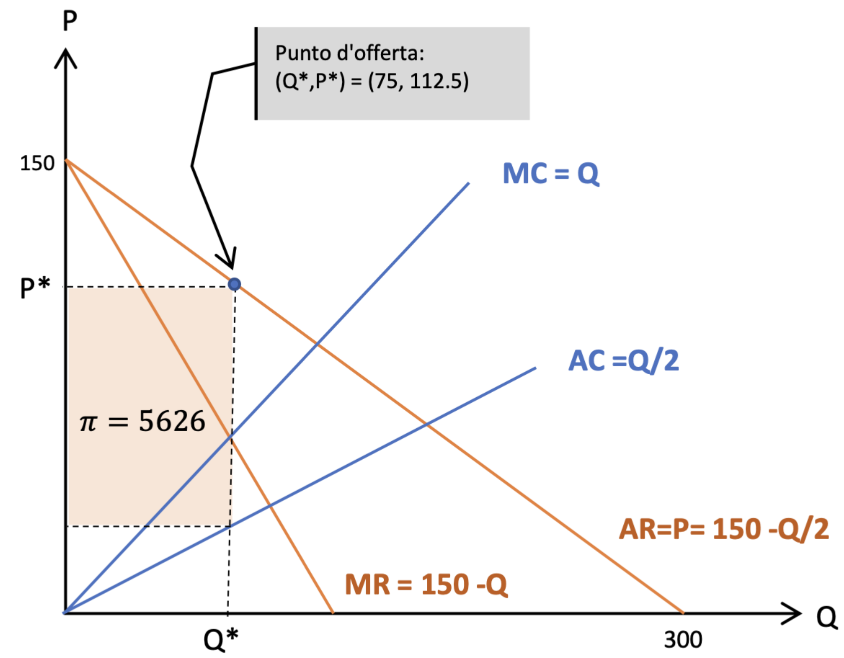

Figure 2: Equilibrio del monopolista

(C) Il surplus del consumatore è la differenza fra il prezzo che un individuo è disposto a pagare per ricevere un determinato bene o servizio e il prezzo di offerta dello stesso bene. L'entità del surplus del consumatore dipende quindi dal prezzo d'offerta e dalla quantità complessivamente immessa dal monopolista. In generale, il surplus è dato dalla seguente formula:

$$SC^* = \frac{(150 - P^*)Q^*}{2}.$$

Sostituendo le coordinate del punto d'offerta, $(Q^*, P^*) = (75,\ 112{,}5)$, si ottiene:

$$SC^* = \frac{(150 - 112{,}5)75}{2} = \frac{(150 - 112{,}5)75}{2} = 1406{,}25$$

Il surplus del produttore è dato dalla differenza tra il prezzo di un dato bene pagato al produttore ed il prezzo che il produttore sarebbe stato disposto ad accettare per quantità inferiori di quel bene. L'entità del surplus del produttore dipende quindi dalla quantità complessivamente immessa dal monopolista ed il relativo livello della sua curva del costo marginale in corrispondenza di quella quantità. Nel caso di una curva del costo marginale lineare, il surplus è dato dalla seguente formula:

$$SP^* = \frac{(MC(Q^*) - MC(0))Q^*}{2}.$$

Poiché nel caso in esame si ha $MC(Q) = Q$ e $Q^* = 75$, applicando la precedente formula è possibile scrivere:

$$SP^* = \frac{(MC(75) - MC(0))75}{2} = \frac{75 \cdot 75}{2} = 2812{,}5.$$

Graficamente si ha:

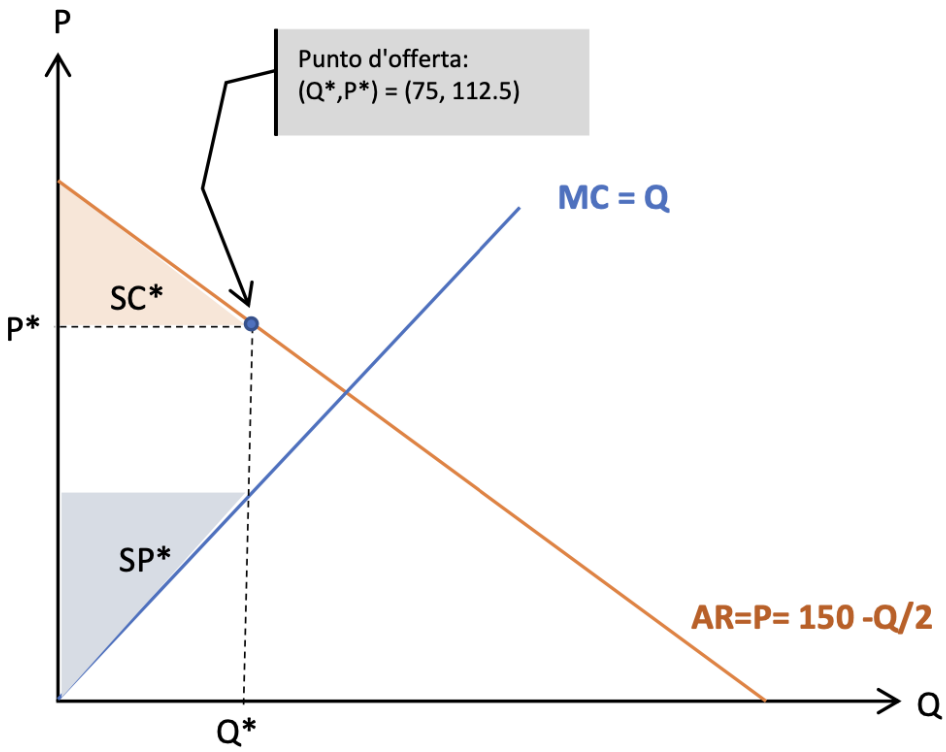

Figure 3: Surplus del monopolista

Monopolio ed Efficienza Allocativa

A differenza della concorrenza perfetta, l'equilibrio di monopolio non garantisce un'allocazione efficiente delle risorse.
Infatti, il monopolista massimizza i profitti producendo una quantità inferiore rispetto a quella efficiente (cioè quella in cui $P = MC$) e applicando un prezzo superiore. Questo comporta una riduzione del surplus del consumatore e una perdita netta di benessere per la collettività, nota come **deadweight loss**.
Il benessere sociale massimo si realizza solo quando il surplus totale (somma di surplus del consumatore e del produttore) è massimo. Nel monopolio, parte di questo surplus potenziale non viene realizzato, poiché i consumatori che avrebbero acquistato il bene a un prezzo tra MC e P^* sono esclusi dal mercato.

Esercizio 3

Un monopolista si trova ad operare in un mercato caratterizzato da una funzione di domanda lineare del tipo:

$$P(Q) \equiv 5 - \frac{Q}{2}.$$

La tecnologia di produzione del monopolista è rappresentata dalla seguente funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$Q = 1000 \cdot L^{1/2} K^{1/2}.$$

(A) Supponendo che il prezzo del capitale sia $r = 4$ e che il prezzo del lavoro sia $w = 36$, determinate le funzioni di domanda derivate di lungo periodo del capitale, K, e del lavoro, L;

(B) Determinate la funzione del costo totale minimo del monopolista;

(C) Determinate il punto d'offerta del monopolista ed il suo profitto di breve e lungo periodo.

Soluzione

(A) La retta dell'isocosto dell'impresa è data dalla seguente equazione:

$$TC = wL + rK.$$

Sostituendo a w e r i rispettivi valori numerici e risolvendo per K otteniamo:

$$K = \frac{TC}{4} - 9L.$$

Per determinare le due funzioni di domanda degli input, risolviamo il seguente problema di minimizzazione

$$\min_{L \geq 0, K \geq 0} TC,$$

sotto i vincoli:

$$K = \frac{TC}{4} - 9L \quad \text{e} \quad Q = 1000 L^{1/2} K^{1/2}.$$

Risolvendo questo problema l'impresa individua l'allocazione ottimale degli input L e K; vale a dire, le giuste quantità di L e K in grado di minimizzare il costo di produzione di un generico ammontare di output, Q. Geometricamente, l'allocazione ottimale individua la coordinata cartesiana in cui l'isoquanto di produzione e la retta di isocosto sono tangenti l'uno all'altra. Per individuare tale coordinata, è necessario risolvere il sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} MRTS_{L,K} = \dfrac{w}{r} \\[2ex] Q = 1000 L^{1/2} K^{1/2} \end{cases}$$

Il saggio marginale di sostituzione tecnica nel caso della funzione di produzione $Q = 1000 L^{1/2} K^{1/2}$ è

$$MRTS_{L,K} = \left(\frac{MP_L}{MP_K} \right) = \left(\frac{K}{L} \right),$$

mentre il rapporto tra i prezzi degli input è: $w/r = 9$.

Inserendo queste informazioni nella prima equazione del sistema possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \dfrac{K}{L} = 9 \\ \\ Q = 1000L^{1/2}K^{1/2} \end{cases}$$

Risolvendo il sistema per sostituzione, le due funzioni di domanda derivate degli input sono:

$$L(36, 4, Q) = \frac{Q}{3000}, \qquad K(36, 4, Q) = \frac{3Q}{1000}.$$

(B) Sostituendo $L(36, 4, Q)$ e $K(36, 4, Q)$ nella funzione del costo totale,

$$TC(Q) = 36 \cdot L(36, 4, Q) + 4 \cdot K(36, 4, Q),$$

otteniamo:

$$TC(Q) = 36 \cdot \frac{Q}{3000} + 4 \cdot \frac{3Q}{1000},$$

da cui, semplificando al massimo il termine a destra dell'uguale, è possibile ottenere:

$$TC(36, 4, Q) = \frac{12}{500}Q,$$

la quale stabilisce come varia il costo minimo di lungo periodo dell'impresa al variare Q per $w = 36$ e $r = 4$.

(C) Il monopolista sceglierà Q in modo da risolvere il seguente problema di massimo vincolato:

$$\{Q\} = \arg\max_{Q \geq 0}\{PQ - TC(Q)\},$$

sotto il vincolo

$$P = P(Q) \equiv 5 - \frac{Q}{2}$$
$$TC(Q) = \frac{12}{500}Q$$
$$Q \geq 0.$$

Inserendo tutti i vincoli all'interno della funzione del profitto dell'impresa in modo tale da eliminare la variabile P, il problema di massimizzazione dell'impresa passa da vincolato a libero e si scrive:

$$\max_{Q}\left\{\left(5 - \frac{Q}{2}\right)Q - \frac{12}{500}Q\right\}.$$

La condizione del primo ordine per un massimo è

$$5 - Q - \frac{12}{500} = 0,$$

da cui si ricava la seguente quantità ottimale di output, $Q^* = 4{,}976$. Inserendo Q^* all'interno della funzione di domanda è possibile scrivere

$$P^* = 5 - \frac{4{,}972}{2},$$

da cui si ottiene il prezzo di offerta $P^* = 2{,}512$. Il punto d'offerta è quindi caratterizzato dalle seguenti coordinate:

$$(Q^*, P^*) = (4{,}976; \quad 2{,}512).$$

In corrispondenza del punto di offerta, il profitto del monopolista, $\pi(Q^*)$, è pari a:

$$\pi(49{,}952) = P^*Q^* - TC(Q^*) = (2{,}512) \cdot (4{,}976) - \frac{12 \cdot (4{,}976)}{500} \approx 12{,}4$$

Esercizio 4

Un monopolista si trova ad operare in un mercato caratterizzato da una funzione di domanda lineare del tipo:

$$P(Q) \equiv 50 - \frac{Q}{2}.$$

La tecnologia di produzione del monopolista è rappresentata dalla seguente funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$Q = \frac{L^{1/2}K^{1/2}}{3}.$$

(A) Supponendo che il prezzo del capitale sia $r = 2$ e che il prezzo del lavoro sia $w = 18$, determinate le funzioni di domanda derivate di lungo periodo del capitale, K, e del lavoro, L, del monopolista;

(B) Determinate la funzione del costo totale minimo del monopolista;

(C) Determinate il punto d'offerta del monopolista ed il suo profitto di breve e lungo periodo.

Soluzione

(A) La retta dell'isocosto dell'impresa è data dalla seguente equazione:

$$TC = wL + rK.$$

Sostituendo a w e r i rispettivi valori numerici e risolvendo per K otteniamo:

$$K = \frac{TC}{2} - 9L.$$

Per determinare le due funzioni di domanda degli input, risolviamo il seguente problema di minimizzazione:

$$\min_{L\geq 0,\, K\geq 0} TC,$$

sotto i vincoli:

$$K = \frac{TC}{2} - 9L, \qquad Q = \frac{L^{1/2}K^{1/2}}{3}.$$

Risolvendo questo problema, l'impresa individua l'allocazione ottimale degli input L e K; vale a dire, le giuste quantità di L e K in grado di minimizzare il costo di produzione di un generico ammontare di output, Q. Geometricamente, l'allocazione ottimale individua la coordinata cartesiana in cui l'isoquanto di produzione e la retta di isocosto sono tangenti l'uno all'altra.

Per individuare tale coordinata, è necessario risolvere il sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} MRTS_{L,K} = \dfrac{w}{r} \\ \\ Q = \dfrac{L^{1/2}K^{1/2}}{3} \end{cases}$$

Il saggio marginale di sostituzione tecnica nel caso della funzione di produzione $Q = (L^{1/2}K^{1/2})/3$ è:

$$MRTS_{L,K} = \left(\frac{MP_L}{MP_K}\right) = \left(\frac{K}{L}\right),$$

mentre il rapporto tra i prezzi degli input è: $w/r = 9$.

Inserendo queste informazioni nella prima equazione del sistema possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \dfrac{K}{L} = 9 \\ \\ Q = \dfrac{L^{1/2}K^{1/2}}{3} \end{cases}$$

Risolvendo il sistema per sostituzione, le due funzioni di domanda derivate degli input sono:

$$L(18, 2, Q) = Q, \qquad K(18, 2, Q) = 9Q.$$

(B) Sostituendo $L(18, 2, Q)$ e $K(18, 2, Q)$ nella funzione del costo totale, $TC(Q) = 18 \cdot L(18, 2, Q) + 2 \cdot K(18, 2, Q)$, otteniamo:

$$TC(Q) = 18Q + 2 \cdot 9Q,$$

da cui, semplificando al massimo il termine a destra dell'uguale, è possibile ottenere:

$$TC(18, 2, Q) = 36Q,$$

la quale stabilisce come varia il costo minimo di lungo periodo dell'impresa al variare Q per $w = 36$ e $r = 4$.

(C) Il monopolista sceglierà Q in modo da risolvere il seguente problema di massimo vincolato:

$$\{Q\} = \arg\max_{Q \geq 0} \{PQ - TC(Q)\},$$

sotto il vincolo

$$P = P(Q) \equiv 50 - \frac{Q}{2}$$
$$TC(Q) = 36Q$$
$$Q \geq 0.$$

Inserendo tutti i vincoli all'interno della funzione del profitto dell'impresa in modo tale da eliminare la variabile P, il problema di massimizzazione dell'impresa passa da vincolato a libero e si scrive:

$$\max_{Q} \left\{ \left(50 - \frac{Q}{2}\right) Q - 36Q \right\}.$$

La condizione del primo ordine per un massimo è:

$$50 - Q - 36 = 0,$$

da cui si ricava la seguente quantità ottimale di output, $Q^* = 14$.

Inserendo Q^* all'interno della funzione di domanda è possibile scrivere:

$$P^* = 50 - \frac{14}{2} = 43.$$

Il punto d'offerta è quindi caratterizzato dalle seguenti coordinate:

$$(Q^*, P^*) = (14,\ 43).$$

In corrispondenza del punto di offerta, il profitto del monopolista, $\pi(Q^*)$, è pari a:

$$\pi(14) = P^* \cdot Q^* - TC(Q^*) = 43 \cdot 14 - 36 \cdot 14 = 98.$$