

## Capitolo 5 - Il Mercato di Concorrenza Perfetta

### Concorrenza Perfetta e Condizione di Massimizzazione del Profitto

Un mercato di concorrenza perfetta è caratterizzato da:

- (i) imprese price-taker, che accettano il prezzo di mercato come dato;
- (ii) beni indifferenziati;
- (iii) perfetta informazione sui prezzi;
- (iv) libertà di entrata e uscita.

La condizione di massimizzazione del profitto per l'impresa è  $P = MC$ , dove  $MC$  è il costo marginale. Nel breve periodo, il costo totale si scompone in costi variabili  $TVC(Q)$  e costi fissi  $TFC$ , questi ultimi ulteriormente divisi in sunk (non recuperabili) e non-sunk (recuperabili). La funzione di offerta dipende dalla relazione tra prezzo e costo marginale, tenendo conto dei costi recuperabili.

## Esercizio 1

La funzione del costo totale di breve periodo di un'impresa perfettamente concorrenziale è:

$$STC(Q) = SFC + NSFC + 20Q + 5Q^2,$$

dove  $SFC$  indica la componente “sunk” (o non recuperabile) del costo fisso e  $NSFC$  la componente “non-sunk” (o recuperabile) del costo fisso, con  $TFC = SFC + NSFC$ . Supponendo che  $SFC = 75$  e  $NSFC = 25$ :

- (A) Determinate le funzioni del costo marginale ( $SMC$ ), del costo variabile medio ( $AVC$ ), del costo medio recuperabile ( $SNSC$ ) e del costo medio totale ( $SAC$ ) e riportatele su un grafico;
- (B) Determinate la funzione di offerta di breve periodo dell'impresa e disegnatele su un grafico;
- (C) Determinate la quantità ottima prodotta dall'impresa se  $P = 50$  e calcolate a quanto ammonta il profitto (o la perdita) dell'impresa in corrispondenza del punto di ottimo.

### Prezzo di Chiusura e Offerta di Breve Periodo

Il prezzo di chiusura è il prezzo minimo al di sotto del quale l'impresa interrompe la produzione nel breve periodo. Se tutti i costi fissi sono sunk, il prezzo di chiusura coincide con il minimo dell' $AVC$  (costo variabile medio); se alcuni costi fissi sono recuperabili, coincide con il minimo dell' $ANSC$  (costo medio recuperabile). La funzione di offerta di breve periodo dell'impresa coincide con il tratto crescente del costo marginale al di sopra del prezzo di chiusura.

### Soluzione

(A) La funzione del costo marginale di breve periodo è data dalla derivata parziale della funzione del costo totale di breve periodo,  $STC$ , rispetto all'output,  $Q$ :

$$SMC(Q) = \frac{dSTC}{dQ} = 20 + 10Q.$$

La funzione del costo variabile medio è calcolata come rapporto tra la funzione del costo totale di breve periodo al netto dei costi fissi e l'output prodotto:

$$AVC(Q) = \frac{STC - (SFC + NSFC)}{Q} = \frac{20Q + 5Q^2}{Q} = 20 + 5Q.$$

La funzione del costo recuperabile medio è calcolata come rapporto tra la funzione del costo totale di breve periodo al netto dei costi fissi non recuperabili (o sunk) e l'output prodotto:

$$ANSC(Q) = \frac{STC - SFC}{Q} = \frac{NSFC + 20Q + 5Q^2}{Q} = \frac{25}{Q} + 20 + 5Q.$$

Infine, la funzione del costo medio totale di breve periodo è calcolata come rapporto tra la funzione del costo totale di breve periodo e l'output prodotto:

$$SAC(Q) = \frac{STC}{Q} = \frac{75 + 25 + 20Q + 5Q^2}{Q} = \frac{100}{Q} + 20 + 5Q.$$

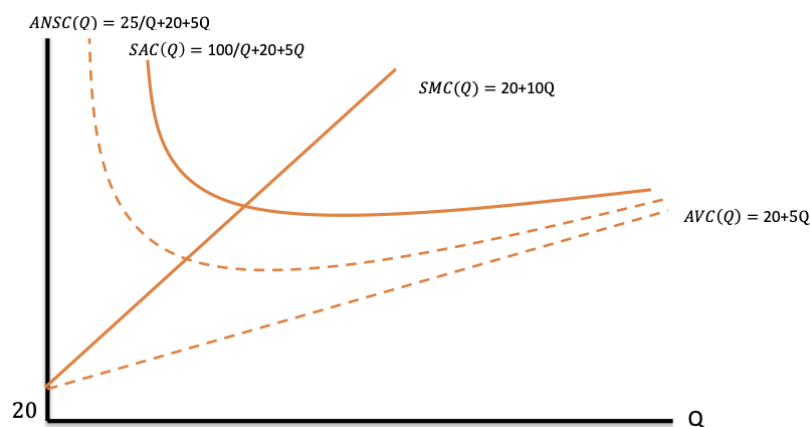


Grafico delle funzioni di costo

(B) La funzione d'offerta dell'impresa perfettamente concorrenziale coincide con il tratto crescente della curva del costo marginale, SMC, che parte dal punto minimo della curva del costo variabile medio, AVC.

Il punto di chiusura dell'impresa, quindi, coincide con la scala di produzione in corrispondenza della quale la curva del costo variabile medio raggiunge il suo punto di minimo.

Tuttavia, in presenza di costi fissi recuperabili la condizione (o punto) di chiusura dell'impresa non coincide più con il punto di minimo della curva del costo variabile medio (AVC), ma con il punto di minimo della curva dei costi recuperabili medi ( $ANSC = AVC + NSFC/Q$ ).

Nel caso in analisi,  $SFC=75$ ,  $NSFC=25$  e la funzione di costo totale di breve periodo dell'impresa si scrive:

$$STC(Q) = 100 + 20Q + 5Q^2$$

Come prima cosa, identifichiamo il punto di chiusura dell'impresa; vale a dire, la scala minima di produzione ( $Q^{min}$ ) che garantirebbe all'impresa la copertura dei costi variabili medi.

Facendo ricorso alle funzioni di costo trovate al punto (A), la scala minima di produzione è pari all'ammontare di prodotto in corrispondenza del quale la curva del costo marginale interseca la curva del costo recuperabile medio:

$$SMC(Q) = ANSC(Q) \Rightarrow 20 + 10Q = 20 + \frac{25}{Q} + 5Q.$$

Semplificando al massimo la precedente espressione, l'equazione da risolvere si riduce alla semplice forma quadratica:

$$Q^2 = 5 \Rightarrow Q^{min} = \sqrt{5} \approx 2,236$$

Per trovare il prezzo di chiusura dell'impresa è sufficiente far ricorso alla condizione del primo ordine per la massimizzazione del profitto dell'impresa perfettamente concorrenziale,  $P = SMC(Q)$ , la quale, valutata in corrispondenza della scala di produzione minima, ci dà il seguente valore di chiusura del prezzo:

$$p_{ch} = SMC(Q_{min}) = 20 + 10 \times \sqrt{5} \approx 42.4.$$

Sostituendo quanto trovato nella condizione del primo ordine e risolvendo per  $Q$  è possibile ricavare la seguente di funzione di offerta di breve periodo dell'impresa:

$$Q_S(P) = \begin{cases} \frac{P-20}{10} & \text{se } P > 42.4 \\ 0 & \text{se } P \leq 42.4 \end{cases}$$

**NOTA:** Graficamente, l'offerta di breve periodo dell'impresa coincide con la spezzata formata dal tratto della curva del costo marginale che fuori esce dal punto di minimo della  $ANSC(Q)$  più il tratto verticale dell'ordinata che va da 0 al prezzo di chiusura  $p_{ch} = 42,4$  (cfr. il tratto continuo della curva  $SMC(Q)$ )

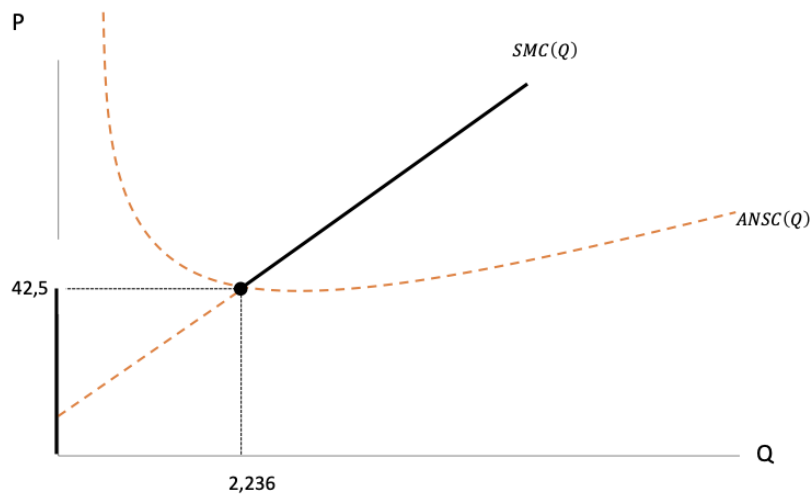


Grafico dell'offerta di breve periodo

(C) Il prezzo determinato dal mercato,  $P^* = 50$ , è maggiore del prezzo di chiusura dell'impresa,  $p_{ch} = 42,4$ .

Per l'impresa è dunque conveniente non uscire dal mercato e continuare a produrre una quantità non nulla. Per determinare se la produzione avverrà in profitto o in perdita, facciamo ricorso alla funzione del profitto:

$$\pi(Q^*) = P^*Q^* - STC(Q^*)$$

Sostituendo la funzione del costo totale di breve periodo la funzione di profitto diventa:

$$\pi(Q^*) = P^*Q^* - [100 + 20Q^* + 5Q^{*2}]$$

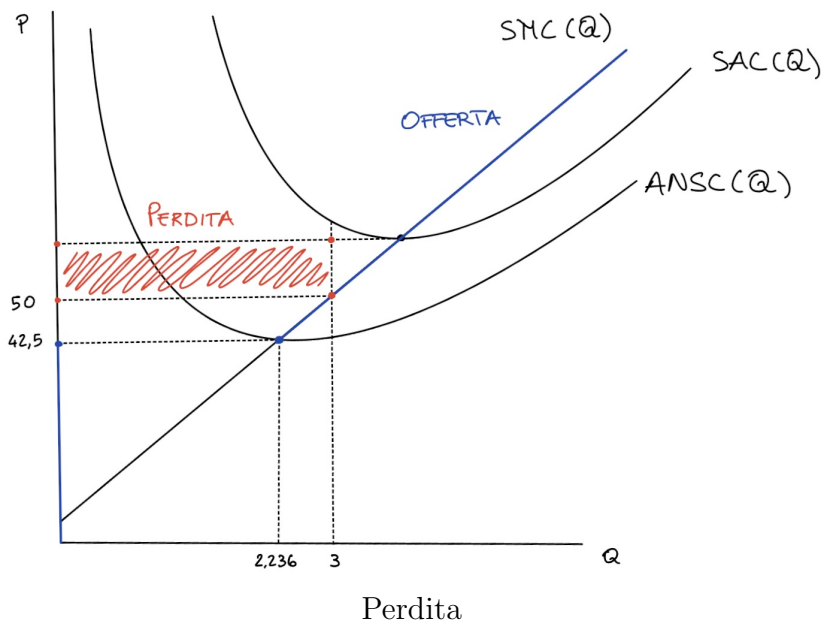
Con  $P^* = 50$ , la quantità prodotta sarà:

$$Q^* = \frac{P^* - 20}{10} = \frac{50 - 20}{10} = 3.$$

Da cui segue che il suo profitto economico sarà negativo e pari a:

$$\pi(3) = 50 \times 3 - [100 + 20 \times 3 + 5 \times 9] = -55.$$

Graficamente, l'area della perdita è quella evidenziata in rosa:



## Esercizio 2

Il mercato di riferimento di una certa impresa è costituito da un totale di 120 consumatori, di cui 100 sono considerati consumatori a bassa domanda, denotati col pedice “L”, e 20 consumatori ad alta domanda, denotati col pedice “H”. La funzione di domanda del consumatore rappresentativo di tipo “L” è:

$$D_{L,j}(P) = \begin{cases} 6 - 2P & \text{se } P < 3 \\ 0 & \text{se } P \geq 3 \end{cases} \quad \text{per ogni } j = 1, 2, \dots, 100,$$

mentre la funzione di domanda del consumatore rappresentativo di tipo “H” è:

$$D_{H,i}(P) = \begin{cases} 15 - 3P & \text{se } P < 5 \\ 0 & \text{se } P \geq 5 \end{cases} \quad \text{per ogni } i = 1, 2, \dots, 20.$$

- (A) Rappresentate in uno spazio  $\langle Q, P \rangle$ , utilizzando un unico diagramma, le due curve di domanda individuali;
- (B) Determinate la funzione di domanda dell'intero mercato di riferimento dell'impresa;
- (C) Tracciate il grafico della curva di domanda individuale nello spazio  $\langle Q, P \rangle$ .

### Domanda Aggregata e Funzione Inversa

La funzione di domanda aggregata di mercato si ottiene sommando orizzontalmente le curve di domanda individuali, distinguendo tra categorie di consumatori. Per costruire la funzione inversa di domanda si risolve la relazione  $Q(P)$  per il prezzo  $P$ , ottenendo  $P(Q)$ . La rappresentazione grafica aggregata mostra i tratti di curva corrispondenti ai diversi gruppi di consumatori e permette di determinare le quantità e i prezzi di equilibrio di mercato.

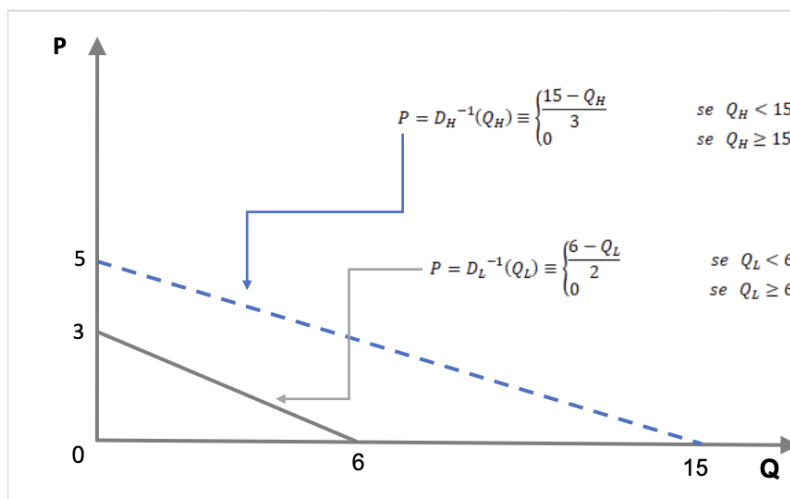
### Soluzione

(A) Come prima cosa, determiniamo le funzioni di domanda inverse per ogni tipologia di consumatore:

$$P = D_{L,j}^{-1}(Q_{L,j}) = \begin{cases} \frac{6-Q_{L,j}}{2} & \text{se } Q_{L,j} < 6 \\ 0 & \text{se } Q_{L,j} \geq 6 \end{cases}$$

$$P = D_{H,i}^{-1}(Q_{H,i}) = \begin{cases} \frac{15-Q_{H,i}}{3} & \text{se } Q_{H,i} < 15 \\ 0 & \text{se } Q_{H,i} \geq 15 \end{cases}$$

Quindi, rappresentando queste funzioni in uno stesso spazio cartesiano  $\langle Q, P \rangle$  otteniamo:



Funzioni di domanda inverse

(B) Per determinare le funzioni di domanda dell'intero mercato è prima necessario procedere con l'aggregazione orizzontale delle curve di domanda di ogni singola categoria. Partiamo con la frazione di mercato di tipologia "L". Poiché questa categoria di consumatori è formata da 100 unità, per ottenere la funzione di domanda aggregata di questa frazione di mercato è sufficiente sommare tutte e 100 le funzioni di domanda individuali dei consumatori appartenenti alla categoria "L". Ciò ci dà:

$$Q_L = D_L(P) \equiv \sum_{j=1}^{100} Q_{L,j} = \sum_{j=1}^{100} D_{L,j}(P) = \begin{cases} 100(6 - 2P) & \text{se } P < 3 \\ 0 & \text{se } P \geq 3 \end{cases}$$

Quindi, ripetendo lo stesso ragionamento anche ai consumatori appartenenti alla categoria "H", la cui numerosità è pari a 20, possiamo scrivere:

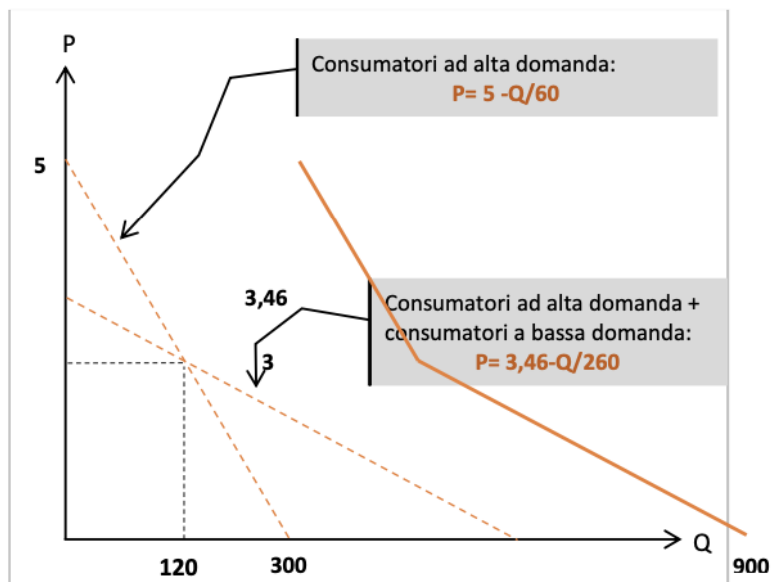
$$Q_H = D_H(P) \equiv \sum_{i=1}^{20} Q_{H,i} = \sum_{i=1}^{20} D_{H,i}(P) = \begin{cases} 20(15 - 3P) & \text{se } P < 5 \\ 0 & \text{se } P \geq 5 \end{cases}$$

Infine, sommando tra loro le funzioni di domanda ottenute per ogni categoria, è possibile ottenere la seguente funzione di domanda riferita all'intero mercato di riferimento dell'impresa:

$$Q(P) = \begin{cases} D_L(P) + D_H(P) = 900 - 260P & \text{se } P < 3 \\ D_H(P) = 300 - 60P & \text{se } 3 \leq P < 5 \\ 0 & \text{se } P \geq 5 \end{cases}$$

(C) Per tracciare il grafico della funzione di domanda nello spazio  $\langle Q, P \rangle$  di mercato è necessario procedere con il calcolo della funzione di domanda inversa. Questa è data dalla seguente espressione:

$$P = D^{-1}(Q) = \begin{cases} \frac{300-Q}{60} = 5 - \frac{Q}{60} & 0 \leq Q < 120 \\ \frac{900-Q}{260} = 3.46 - \frac{Q}{260} & 120 \leq Q < 900 \\ 0 & \end{cases}$$



Domanda di mercato

### Esercizio 3

La funzione di domanda di mercato di un bene omogeneo è lineare e pari a:

$$Q_D = 2500 - 25P.$$

L'industria è formata da 100 imprese con costi fissi interamente non recuperabili (imprese di tipo A) e da 50 imprese con costi fissi parzialmente recuperabili (imprese di tipo B). Entrambe sono price-takers identiche tra loro.

La funzione d'offerta dell'impresa rappresentativa di tipo A è:

$$S_A(P) = \begin{cases} -10 + \frac{P}{2} & \text{se } P > 20 \\ 0 & \text{se } P \leq 20 \end{cases}$$

La funzione d'offerta dell'impresa rappresentativa di tipo B è:

$$S_B(P) = \begin{cases} -10 + \frac{P}{2} & \text{se } P > 36 \\ 0 & \text{se } P \leq 36 \end{cases}$$

- (A) Trovate la funzione d'offerta aggregata dell'intera industria;
- (B) Determinate l'offerta complessiva ed il prezzo di equilibrio di breve periodo dell'industria, e l'offerta individuale delle imprese A e B;
- (C) Disegnate i grafici delle funzioni di offerta individuali di A, B e dell'intera industria.

#### Offerta Aggregata e Prezzo di Chiusura

La funzione di offerta aggregata si ottiene sommando orizzontalmente le offerte individuali delle imprese presenti sul mercato. Il prezzo di chiusura corrisponde al livello minimo del costo medio variabile (se tutti i costi fissi sono sunk) o del costo medio recuperabile (se alcuni costi fissi sono recuperabili). Sopra il prezzo di chiusura, l'offerta dell'impresa coincide con il tratto crescente della curva del costo marginale.

#### Soluzione

(A) L'industria si compone di 100 imprese della tipologia A e 50 imprese della tipologia B. Se procediamo ad aggregare orizzontalmente tutte le curve

di offerta individuali otteniamo:

$$Q_S(P) = S(P) = \begin{cases} 100 \cdot S_A(P) + 50S_B(P) = 100(-10 + \frac{P}{2}) + 50(-10 + \frac{P}{2}) & P > 36 \\ 100 \cdot S_A(P) = 100(-10 + \frac{P}{2}) & 20 < P \leq 36 \\ 0 & P \leq 20 \end{cases}$$

Ossia, la seguente spezzata:

$$Q_S(P) = \begin{cases} -1500 + 75P & P > 36 \\ -1000 + 50P & 20 < P \leq 36 \\ 0 & P \leq 20 \end{cases}$$

(B) Per determinare la coppia di equilibrio  $\langle Q^*, P^* \rangle$ , risolviamo il seguente sistema di equilibrio:

$$\begin{cases} Q_D = 2500 - 25P \\ Q_S = -1500 + 75P \\ Q_D = Q_S \end{cases}$$

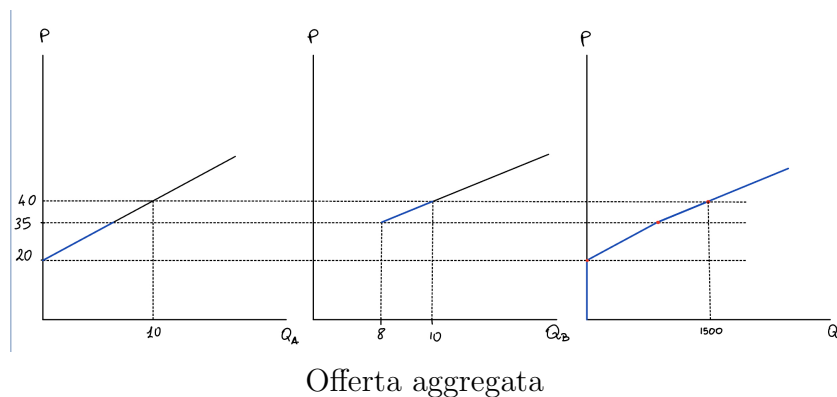
per ottenere:

$$Q^* = 1500, \quad P^* = 40.$$

Notiamo che per  $P^* = 40$ , entrambe le tipologie di imprese sono disposte ad offrire quantità non nulle di output. In particolare, sostituendo  $P^* = 40$  in ognuna delle due funzioni d'offerta individuale, è possibile ottenere il seguente, e unico, livello di output:

$$Q_A^* = Q_B^* = -10 + \frac{40}{2} = 10$$

(C) Il grafico che descrive l'equilibrio di questa industria è:



## Esercizio 4

Un'industria monoprodotto è caratterizzata da 200 imprese identiche e una funzione di domanda lineare:

$$D(P) = 850 - 5P.$$

Ciascuna impresa ha la funzione di costo totale di breve periodo:

$$STC(Q) = SFC + NSFC + 20Q + 5Q^2,$$

dove  $SFC = 75$  e  $NSFC = 25$ .

- (A) Determinate il prezzo e la quantità di equilibrio di breve periodo dell'industria;
- (B) Determinate la quota di mercato di ogni competitor e il profitto o la perdita dell'impresa rappresentativa;
- (C) Determinate il numero di imprese che l'industria può sostenere nel lungo periodo.

### Equilibrio di Breve e Lungo Periodo

L'equilibrio di breve periodo si verifica quando la quantità domandata e quella offerta si eguagliano, dato il numero fisso di imprese e la scala produttiva. Nel lungo periodo, le imprese possono entrare o uscire dal mercato, e si raggiunge un equilibrio in cui  $P = MC$  e  $P = AC$ , garantendo profitto economico nullo per ciascuna impresa. La curva di offerta di lungo periodo non è la somma orizzontale delle curve individuali, ma riflette l'aggiustamento completo di entrata e uscita nel mercato.

### Soluzione

(A) Impostando e risolvendo il problema di minimizzazione del costo totale di breve periodo dell'impresa rappresentativa dell'industria è possibile ottenere seguente funzione d'offerta individuale di breve periodo [cfr. quesito (A) dell'es. 1]:

$$Q_i = S_i(P) \equiv \begin{cases} \frac{P-20}{10} & \text{se } P > p_{ch} = 42.4 \\ 0 & \text{se } P \leq p_{ch} = 42.4 \end{cases}$$

dove  $p_{ch}$  indica il prezzo di chiusura. Dal momento che le 200 imprese sono identiche, l'offerta di mercato di breve periodo dell'impresa sarà:

$$S(P) = \sum_{i=1}^{200} S_i(P) =$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{200} (\frac{P}{10} - 2) = (\frac{P}{10} - 2) \sum_{i=1}^{200} 1 = 20P - 400 & \text{se } P \leq p_{ch} = 42,4 \\ 0 & \text{se } P > p_{ch} = 42,4 \end{cases}$$

L'equilibrio di breve periodo dell'industria si realizza in corrispondenza dell'uguaglianza tra domanda e offerta di mercato:  $D(P) = S(P)$ ; vale a dire, risolvendo il seguente sistema algebrico:

$$\begin{cases} Q_D = D(P) = 850 - 5P \\ Q_S = S(P) = 20P - 400 & \text{se } P > 42,4 \\ Q_D = Q_S \end{cases}$$

Risolvendo il sistema per sostituzione otteniamo la seguente coppia quantità-prezzo di equilibrio:

$$Q^* = 600, \quad P^* = 50.$$

**(B)** La quota di mercato, d'ora in avanti denotata con  $s_i$  è la percentuale di un mercato (definito in termini unità vendute) detenuta da un'impresa. Dal precedente quesito (A), sappiamo che l'output complessivamente immesso nel mercato da tutte le 200 imprese che affollano l'industria è pari a 600 unità, cui corrisponde un prezzo d'equilibrio pari a 50.

Per  $P^* = 50$ , l'output totale prodotto e immesso nel mercato da per ognuna delle 200 imprese ammonta a:

$$S_i(P^* = 50) = \frac{50}{10} - 2 = 3$$

Pertanto, mettendo a rapporto l'output individuale con quello complessivo otteniamo:

$$s_i = \frac{S_i(50)}{S(50)} = \frac{3}{600} = \frac{1}{200} = 0,005 = 0,5\%$$

In corrispondenza della quantità ottimale  $S_i(50) = 3$ , l'impresa rappresentativa consegue un profitto economico negativo pari a:

$$\pi(3) = D(50) \cdot 50 - STC(3) = 50 \cdot 3 - (100 + 20 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2) = -55$$

**(C)** Nel breve periodo, l'impresa rappresentativa consegue un profitto economico negativo pari a

$$\pi(3) = -55,$$

segnale che il numero delle imprese presenti nell'industria è eccessivo rispetto alle dimensioni del mercato di riferimento dell'output.

Nel lungo periodo, dunque, alcune imprese dovranno uscire, in modo da consentire al prezzo di equilibrio di crescere fino a raggiungere un livello idoneo ad annullare la perdita economica che caratterizza l'industria nel breve periodo. In corrispondenza del nuovo prezzo di equilibrio avremo che

$$MC(Q) = AC(Q),$$

e dunque che il prezzo di equilibrio di lungo periodo,  $P_{LP}$ , si assesti in corrispondenza di quella quantità di output,  $Q_{LP}$ , che garantisca – a livello di ogni singola impresa – l'intersezione tra la curva dei costi marginali e la curva dei costi medi.

Denotando il numero di imprese ottimale (o di lungo periodo) con  $N_{LP}$ , l'equilibrio di lungo periodo dell'industria sarà dato dal seguente sistema algebrico in tre variabili ( $Q_{LP}$ ,  $N_{LP}$  e  $P_{LP}$ ):

$$\left\{ \begin{array}{ll} Q_{LP} = \frac{P_{LP}}{10} - 2 \quad (\text{se } P_{LP} > 42,4), & [\text{Condizione di ottimalità dell'impresa : } P_{LP} = MC] \\ P_{LP} = \frac{100}{Q_{LP}} + 20 + 5Q_{LP}, & [\text{Condizione di ottimalità dell'impresa : } P_{LP} = AC] \\ N_{LP}Q_{LP} = 850 - 5P_{LP}, & [\text{Uguaglianza: } S(P_{LP}) = D(P_{LP})] \end{array} \right.$$

la cui soluzione è:

$$Q_{LP} = 2\sqrt{5} \approx 4,5, \quad N_{LP} = 25(3\sqrt{5} - 2) \approx 117, \quad P_{LP} = 20(1 + \sqrt{5}) \approx 64,7.$$

In definitiva, nel lungo periodo 83 imprese sono destinate ad uscire dall'industria ed il prezzo di equilibrio crescerà del 29,4%. I profitti saranno (approssimativamente) nulli.