

## Esercizio 1

Giovanna consuma cioccolata ( $X$ ) e fiori ( $Y$ ). Il prezzo della cioccolata è pari 4 euro al Kg e quello dei fiori 7 euro al mazzo. Inoltre le preferenze di Giovanna per questi due beni possono essere rappresentate dalla seguente funzione di utilità:  $U(X, Y) = X^{0,3}Y^{0,7}$

- (A) Quale è il saggio marginale di sostituzione fra le quantità di cioccolata e fiori?
- (B) Scrivete e rappresentate graficamente il vincolo di bilancio sapendo che il reddito di cui dispone Giovanna è di 280 euro settimanali, indicando chiaramente le intercette e l'inclinazione.
- (C) Quale sarà il paniere ottimo scelto da Giovanna? Derivate analiticamente la quantità ottima consumata dei due beni e forniteme una rappresentazione nel grafico precedente.

### Nota teorica – Problema del consumatore e condizione di ottimo

Il problema del consumatore consiste nel massimizzare l'utilità soggetta a un vincolo di bilancio:

$$\max_{x,y} U(x, y) \quad \text{s.t.} \quad p_x x + p_y y = M$$

La condizione di ottimo (tangenza tra retta di bilancio e curva di indifferenza) è:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y} \quad \text{ovvero} \quad MRS_{x,y} = \frac{p_x}{p_y}$$

## Soluzione

- (A) Il saggio marginale di sostituzione è:

$$SMaS_{Y,X} = \frac{UMa_X}{UMa_Y} = \frac{3}{7} \frac{Y}{X}$$

- (B) Il vincolo di bilancio è:

$$\begin{aligned} P_X X + P_Y Y &= 280 \\ 4X + 7Y &= 280 \end{aligned}$$

Intercetta ascisse:  $M/p_x = 280/4 = 70$

Intercetta ordinate:  $M/p_y = 280/7 = 40$

Pendenza  $\alpha = -(p_x/p_y) = -4/7$

- (C) Imponiamo la condizione di ottimo  $SMaS = p_x/p_y$ :

$$\frac{3}{7} \frac{Y}{X} = \frac{4}{7}$$

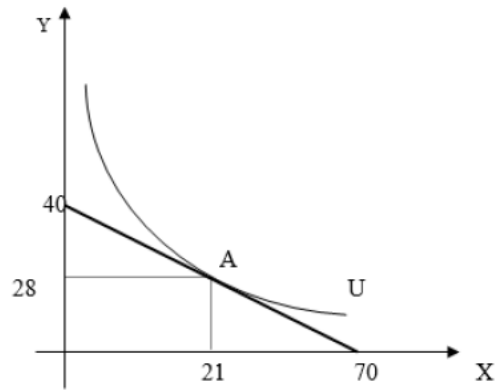
Risolvendo il sistema con il vincolo di bilancio:

$$\begin{cases} \frac{3}{7} \frac{Y}{X} = \frac{4}{7} \\ 4X + 7Y = 280 \end{cases}$$

Si ottiene:

$$X^* = 21, \quad Y^* = 28$$

Coordinate del punto di ottimo:  $A(21; 28)$



## Esercizio 2

La signora Vittoria è stata invitata ad una cena elegante e deve decidere se indossare mocassini o scarpe col tacco. La sua funzione di utilità è la seguente:

$$U = X + Y$$

dove  $X$  sono i mocassini ed  $Y$  le scarpe col tacco.

- (A) Di che tipo di preferenze stiamo parlando?
- (B) Qual è il SMaS?
- (C) Se il prezzo dei mocassini  $P_X = 10$  e quello delle scarpe col tacco  $P_Y = 20$ , calcolate il vincolo di bilancio sapendo che il reddito a disposizione della signora Vittoria è pari a 100.
- (D) Trovate la quantità di equilibrio di mocassini e scarpe col tacco.

### Nota teorica – Beni perfetti sostituti

Due beni sono **perfetti sostituti** quando il consumatore è disposto a scambiare un bene con l'altro a un tasso costante. La funzione di utilità ha la forma:

$$U(X, Y) = aX + bY$$

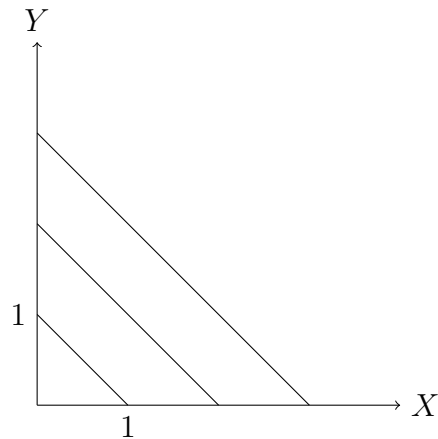
Le curve di indifferenza sono rette con pendenza  $-a/b$ . L'ottimo è una **soluzione d'angolo**:

- Se  $SMaS > p_X/p_Y \Rightarrow$  si consuma solo  $X$ ;
- Se  $SMaS < p_X/p_Y \Rightarrow$  si consuma solo  $Y$ ;
- Se  $SMaS = p_X/p_Y \Rightarrow$  qualsiasi combinazione sulla retta di bilancio è ottimale.

## Soluzione

- (A) I mocassini e le scarpe col tacco sono interscambiabili, per cui parliamo di **beni perfetti sostituti**.
- (B) Il saggio marginale di sostituzione è:

$$SMaS = \frac{UMa_X}{UMa_Y} = 1$$



(C) Il vincolo di bilancio sarà:

$$10X + 20Y = 100$$

Da cui:

$$Y = 5 - 0,5X \implies \text{intercetta verticale} = 5$$

$$X = 10 - 2Y \implies \text{intercetta orizzontale} = 10$$

$$\text{Pendenza} = p_X/p_Y = 0,5$$

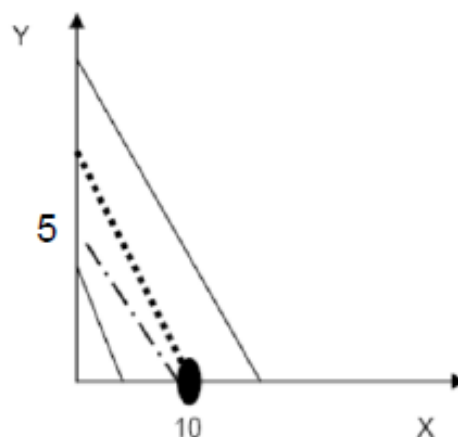
(D) Nel caso di perfetti sostituti, la signora Vittoria acquisterà solo uno dei due beni, tranne nel caso in cui il *SMaS* e il rapporto tra i prezzi sia identico; allora in quel caso, l'equilibrio è dato da una qualsiasi combinazione dei due beni.

- Se  $SMaS > \frac{P_X}{P_Y}$  (le curve di indifferenza sono più inclinate rispetto al vincolo di bilancio)  $\implies$  solo il bene  $X$  è consumato;
- Se  $SMaS < \frac{P_X}{P_Y}$  (le curve di indifferenza sono meno inclinate rispetto al vincolo di bilancio)  $\implies$  solo il bene  $Y$  è consumato.

Nel caso della signora Vittoria:

$$SMaS = 1 > \frac{P_X}{P_Y} = 0,5$$

Ciò significa che la signora Vittoria acquisterà solo mocassini:  $X^* = 10$ ,  $Y^* = 0$ .



## Esercizio 3

Alice adora mangiare 1 etto di fragole ( $F$ ) con 1 pallina di gelato alla vaniglia ( $G$ ). Nel periodo di preparazione all'esame di microeconomia, Alice spende tutta la sua paghetta di 40 in fragole e gelato. Il prezzo di un etto di fragole ( $p_F$ ) è pari a 2, il prezzo di una pallina di gelato ( $p_G$ ) è pari a 0,5.

- (A) Che tipo di relazione esiste tra le fragole ed il gelato? Come rappresenterebbe analiticamente e graficamente le sue preferenze?
- (B) Calcolate il saggio marginale di sostituzione.
- (C) Scrivete il vincolo di bilancio, individuate le quantità ottimali dei due beni e rappresentatele graficamente.

### Nota teorica – Beni perfetti complementi

Due beni sono **perfetti complementi** quando vengono consumati sempre in proporzioni fisse. La funzione di utilità ha la forma:

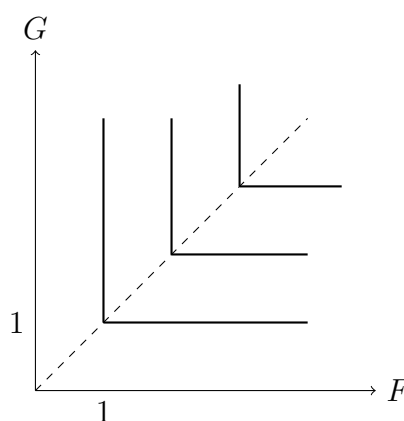
$$U(X, Y) = \min\{aX, bY\}$$

Le curve di indifferenza hanno forma a “L” con vertice lungo la retta  $aX = bY$ . La scelta ottima si trova sempre nel vertice della curva di indifferenza che giace sul vincolo di bilancio.

## Soluzione

- (A) In questo caso le fragole ed il gelato sono **perfetti complementi**. La funzione di utilità è rappresentata da:

$$U = \min\{F, G\}$$



- (B) Nel caso di beni perfetti complementi, il saggio marginale di sostituzione non è definito nei punti rilevanti (vertici), mentre è uguale a 0 lungo la parte orizzontale della curva d'indifferenza ed è infinito ( $\infty$ ) nella parte verticale della curva di indifferenza.

(C) Vincolo di Bilancio:

$$I = p_F F + p_G G \quad \implies \quad 40 = 2F + 0,5 G$$

Da questo possiamo scrivere:

$$G = 80 - 4F$$

L'intercetta verticale del vincolo di bilancio è 80 e la sua pendenza è  $-4$ .

Per trovare l'intercetta orizzontale, poniamo:  $F = 20 - 0,25 G$ . Quindi l'intercetta orizzontale è 20.

**Quantità ottime:**

Poiché i beni sono consumati in proporzione 1:1, imponiamo  $G = F$  e sostituiamo nel vincolo di bilancio:

$$\begin{cases} G = F \\ 40 = 2F + 0,5 G \end{cases}$$

$$F^* = 16, \quad G^* = 16$$

Quindi Alice mangerà 16 etti di fragole con 16 palline di gelato!

